**La música de las esferas: de Pitágoras a Xenakis... y más acá**

**Apuntes para el coloquio del Departamento de Matemática**

*Federico Miyara*

**Resumen**

*Música y matemática suelen ser consideradas disciplinas muy diferentes. Una apela al sentimiento espontáneo, a la expresión pura, privada inclusive de significado abstracto, a la belleza; la otra al razonamiento, al rigor lógico, a la abstracción extrema. Sin embargo, en todas las épocas se han sospechado, buscado, rechazado o confirmado profundas conexiones entre una y otra. Algunas veces las conexiones se han utilizado como andamios normativos, otras como la chispa que inflama la inspiración estética. Intentaremos un fugaz recorrido sobre esta multifacética cuestión desde Pitágoras hasta nuestros días.*

**1. Filosofías musicales antiguas**

La palabra *música* tenía un significado más amplio en la antigua Grecia que en la

actualidad. En la mitología, las Musas eran nueve diosas hermanas protectoras de las artes y las ciencias: Clío, Euterpe, Talía, Melpómene, Terpsícore, Erato, Polimnia, Urania y Calíope. Euterpe era la protectora de lo que hoy llamamos música; Urania, de la astronomía. Las otras musas protegían diversas formas de poesía y danza. La música era inseparable de la poesía y, como veremos, también de la astronomía.Las enseñanzas de Pitágoras (ca.570-497AC) incluían la aritmética y la música en forma conjunta. La aritmética permitía la comprensión del universo físico y espiritual,en tanto que la música era un ejemplo de la armonía universal.1 Recíprocamente, Arquitas (428-347AC)2 describía la matemática como integrada por el estudio de la astronomía, la geometría, la aritmética y *la música*. Su contemporáneo Platón (427-347AC), en su *República* hace una subdivisión parecida. Más adelante estas cuatro ramas pasarán a conocerse como el *quadrivium*.3 La escuela de Pitágoras se interesó principalmente en la *canónica* o ciencia de los *intervalos musicales*, es decir, las relaciones entre pares de sonidos. En la actualidad se sabe que dichas relaciones pueden ser caracterizadas mediante el cociente entre sus frecuencias. -En aquella época las relaciones entre los sonidos se estudiaban mediante el *monocordio*, instrumento formado por una sola cuerda, para lo cual se procedía a subdividir la cuerda en un número pequeño de partes iguales. En la terminología actual, si una cuerda tiene un modo fundamental de vibración con frecuencia *f*, al dividirla en *n* partes la frecuencia pasará a ser *nf*. El descubrimiento crucial de Pitágoras fue que la subdivisión de la cuerda en partes cuyas longitudes estaban en proporción (*n* + 1):*n* (es decir, en *relación superparticular*) y *n*:1, con *n* número natural pequeño daba origen a sonidos armoniosos o *consonantes* entre sí. Esto dio gran impulso a la idea de que el número gobernaba el universo. En la tabla 1 se muestran las relaciones de frecuencias de las diversas consonancias con su nombre actual.4

Tabla 1. Relaciones de frecuencia entre los sonidos de las diversas

Consonancias Intervalo Unísono 8va 5ta 4ta 3ra mayor 3ra menor 6ta mayor 6ta menor

*f*2 / *f*1 1 2 3/2

4/3

5/4

6/5

5/3

8/5

Durante muchos siglos estas relaciones no pasaron de ser una evidencia empírica. Diversas teorías intentaron explicarlo en formas que oscilaban entre lo ingenuo y lo absurdo, incluyendo intentos por parte de científicos de la talla de Euler. Recién a mediados del siglo XIX Helmholtz (1821-1894) logra una explicación satisfactoria,5 reforzada ya en el siglo XX por los experimentos de Plomp.6 Según Helmholtz dos sonidos son tanto más consonantes cuanto mayor cantidad de armónicos comparten entre sí. Así, en un intervalo de quinta (relación de frecuencias 3:2) los armónicos de orden múltiplo de 3 del sonido más grave coinciden con los de orden par del sonido más agudo. La disonancia surge, por el contrario, cuando dos armónicos tienen frecuencias *f*1 y *f*2 muy próximas, ya que en ese caso se produce el fenómeno de batido7 que causa una sensación de agitación.

Aunque los pitagóricos formaban una especie de cofradía secreta que guardaba

celosamente sus posturas filosóficas, por lo cual no dejaron registros escritos de sus teorías y descubrimientos, las crónicas de seguidores y detractores permiten reconstruir parcialmente sus ideas. Así, Aristóteles (384-322AC) explica, en tácita referencia a la escuela pitagórica, que “*algunos pensadores suponen que el movimiento de los cuerpos* *celestes debe producir un sonido, dado que en la Tierra el movimiento de cuerpos de* *mucho menor tamaño produce dicho efecto. Afirman, también, que cuando el sol, la* *luna y las estrellas, tan grandes y en tal cantidad, se mueven tan rápidamente ¿cómo* *podrían no producir un sonido inmensamente grande? A partir de este argumento y de* *la observación de que sus velocidades, medidas por sus distancias, guardan igual proporción* *que las consonancias musicales, aseveran que el sonido proveniente del movimiento*

*circular de las estrellas corresponde a una armonía.*”8 Se trata de la denominada *música de las esferas* o *armonía de las esferas*, comentada también por Platón en *La República*. Al parecer, el hecho de que dicho sonido no se escuchara era resuelto por Pitágoras mediante el argumento de que al ser un sonido permanente desde el mismo instante del nacimiento, no era distinguible del silencio. Aristóteles ridiculiza esta teoría sin proponer una más creíble. La teoría de la música de las esferas sobrevivió casi 20 siglos, es decir, hasta la época de Kepler, quien se haría eco de la misma a raíz de sus descubrimientos en astronomía.